

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

5 мая 2011 года

9 класс

Вариант № 1 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5.

На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 ~~2~~) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

- 1** Зная длину своего шага, человек может приближенно подсчитать пройденное им расстояние по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошел человек, если $l = 50$ см, $n = 2600$? Ответ выразите в километрах.

Ответ:

- 2** Даны выражения: 1) $\frac{a}{a-2}$; 2) $\frac{a-2}{a}$; 3) $\frac{2}{a(a-2)}$. Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = 0$?

1) Только 2 2) 2 и 3 3) 1 и 3 4) 1, 2 и 3

- 3** На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих утверждений является верным?

1) $ab > 0$ 2) $a + b < 0$ 3) $b(a + b) > 0$ 4) $a(a + b) > 0$

- 4** На банке с краской имеется надпись $m = 10 \pm 0,05$ кг, где m – масса краски. Как это условие можно записать в виде двойного неравенства?

1) $9,99 \leq m \leq 10,01$ 2) $10 \leq m \leq 10,05$
3) $9,95 \leq m \leq 10,05$ 4) $9,5 \leq m \leq 10,5$

- 5** Руда содержит 72% железа. Сколько тонн железа получится из 360 т руды?

Ответ:

- 6** Представьте значение выражения $(2,2 \cdot 10^{-2}) \cdot (3 \cdot 10^{-1})$ в виде десятичной дроби.

Ответ:

- 7** Упростите выражение $\frac{6}{2m - m^2} - \frac{3}{m}$.

1) $\frac{3}{2 - m}$

2) $-\frac{3}{2 - m}$

3) $\frac{1}{2 - m}$

4) $-\frac{1}{2 - m}$

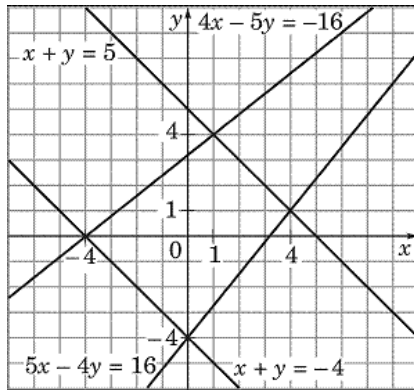
- 8** Вычислите $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}} \cdot \sqrt{3}$.

Ответ:

- 9** Решите уравнение $2x^2 - 16x = 0$.

Ответ:

- 10 Используя рисунок, выберите систему уравнений с двумя переменными, решением которой является пара $(0; -4)$.



- 1) $\begin{cases} x+y=5, \\ 4x-5y=-16 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=5, \\ 5x-4y=16 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x+y=-4, \\ 4x-5y=-16 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=-4, \\ 5x-4y=16 \end{cases}$

- 11 Прочитайте задачу: «В 3 маленькие и 4 большие альбома разложили 232 фотографии, заполнив каждый целиком. В большой альбом помещается на 16 фотографий больше, чем в маленький. Сколько фотографий помещается в маленький альбом и сколько в большой?»

Пусть x – число фотографий в маленьком альбоме, y – число фотографий в большом альбоме. Выберите систему уравнений, соответствующую условию задачи.

- 1) $\begin{cases} x-y=16, \\ 3x+4y=232 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y-x=16, \\ 3x+4y=232 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x-y=16, \\ 4x+3y=232 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y-x=16, \\ 4x+3y=232 \end{cases}$

- 12 О числах a, b, c и d известно, что $a < c, a = b, d < b$. Сравните числа c и d .

- 1) $c = d$ 2) $c < d$
- 3) $c > d$ 4) Сравнить невозможно

- 13 Для каждой системы неравенств укажите множество ее решений.

СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ МНОЖЕСТВО РЕШЕНИЙ

- А) $\begin{cases} x < 3, \\ 1-x > 0 \end{cases}$ 1) $1 < x < 3$
- Б) $\begin{cases} x < 3, \\ 1-x < 0 \end{cases}$ 2) $x < 1$
- В) $\begin{cases} x > 3, \\ 1-x < 0 \end{cases}$ 3) $x > 3$
- 4) решений нет

Ответ:

| А | Б | В |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

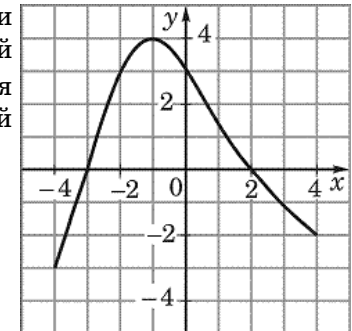
- 14 Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = 1, b_{n+1} = 3b_n$. Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

- 1) 27 2) 22 3) 15 4) 12

- 15 Укажите уравнение прямой, которая имеет две общие точки с графиком функции $y = -x^2 - 1$.

- 1) $y = -1$ 2) $y = -10$ 3) $y = 0$ 4) $y = 10$

- 16 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, область определения которой является промежуток $[-4; 4]$. Используя рисунок, выясните, какое из утверждений НЕВЕРНО.



- 1) Функция возрастает на промежутке $[-4; -1]$
- 2) $f(-2) = f(0)$
- 3) $f(-1) = 4$
- 4) $f(x) > 0$ при $-3 < x < 4$

- 17** Из 32 учеников гимназии 10 человек учат второй иностранный язык – немецкий, 8 человек – французский, 6 – испанский, 4 – итальянский, а остальные – китайский. Какова вероятность, что первым в класс войдет ученик, изучающий китайский язык?

Ответ:

- 18** Стоимость билетов на поезд "Тургенев" (Москва – Симферополь):
люкс – 9053 руб., купе – 4124 руб., плацкарт – 2384 руб.
Определите среднее арифметическое этого ряда чисел.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Решите уравнение $(3x + 7)^3 = (2x)^6$.

- 20** Решите неравенство $\frac{-4}{(2-x)(7+3x)} > 0$.

- 21** Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии $-8,5; -7,7; \dots$.

- 22** При каких значениях n парабола $y = -x^2 + (n-1)x + n$ целиком расположена ниже прямой $y = 1$?

- 23** Две бригады, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 12 часов. Первая бригада, работая одна, могла бы выполнить эту работу на 10 часов быстрее, чем вторая. Сколько часов потребовалось бы первой бригаде для выполнения этой работы?

Тренировочная работа №5 по МАТЕМАТИКЕ

5 мая 2011 года

9 класс

Вариант № 2 (традиционная)

Район _____

Город (населенный пункт) _____

Школа _____

Класс _____

Фамилия _____

Имя _____

Отчество _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5.

На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено – на неё отводится 90 мин; по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них правильный только один), то обведите кружком номер выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то впишите полученный ответ в отведённое для этого место;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26 ~~2~~) 20 3) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = -3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно проводить нужные линии, отмечать точки, выполнять дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

- 1** Зная длину своего шага, человек может приближенно подсчитать пройденное им расстояние по формуле $s = nl$, где n – число шагов, l – длина шага. Какое расстояние прошел человек, если $l = 60$ см, $n = 3500$? Ответ выразите в километрах.

Ответ:

- 2** Даны выражения: 1) $\frac{5+a}{a}$; 2) $\frac{a}{5+a}$; 3) $\frac{5}{a} - \frac{5}{5+a}$. Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = 0$?

1) Только 2 2) Только 3 3) 1 и 3 4) 2 и 3

- 3** На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих утверждений является верным?

1) $a + b > 0$ 2) $ab > 0$ 3) $a(a + b) < 0$ 4) $b(a + b) < 0$

- 4** На рулоне обоев имеется надпись $l = 15 \pm 0,1$ м, где l – длина рулона. Как это условие можно записать в виде двойного неравенства?

1) $14,9 \leq l \leq 15,1$ 2) $14 \leq l \leq 16$
 3) $14,99 \leq l \leq 15,01$ 4) $14,9 \leq l \leq 15$

- 5** Сплав содержит 45% меди. Сколько килограммов меди в 108 кг сплава?

Ответ:

- 6** Представьте значение выражения $(1,2 \cdot 10^{-1}) \cdot (6 \cdot 10^{-2})$ в виде десятичной дроби.

Ответ:

- 7** Упростите выражение $\frac{12}{3b+b^2} - \frac{4}{b}$.

1) $\frac{1}{3+b}$

2) $-\frac{1}{3+b}$

3) $\frac{4}{3+b}$

4) $-\frac{4}{3+b}$

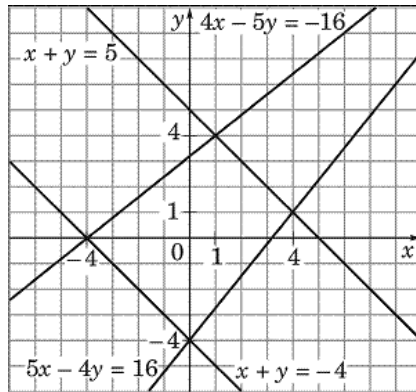
- 8** Упростите выражение $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{21}}$.

Ответ:

- 9** Решите уравнение $3x^2 + 12x = 0$.

Ответ:

- 10** Используя рисунок, выберите систему уравнений с двумя переменными, решением которой является пара (4; 1).



- 1) $\begin{cases} x + y = -4, \\ 5x - 4y = 16 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 5x - 4y = 16 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x + y = -4, \\ 4x - 5y = -16 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x + y = 5, \\ 4x - 5y = -16 \end{cases}$

- 11** Прочитайте задачу: «На 150 р. купили 5 больших бутылок воды и 10 маленьких. Большая бутылка на 6 р. дороже маленькой. Сколько стоит большая бутылка и сколько маленькая?»

Пусть x р. – цена большой бутылки, y р. – цена маленькой бутылки. Выберите систему уравнений, соответствующую условию задачи.

- 1) $\begin{cases} y - x = 6, \\ 5x + 10y = 150 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y - x = 6, \\ 10x + 5y = 150 \end{cases}$
- 3) $\begin{cases} x - y = 6, \\ 5x + 10y = 150 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - y = 6, \\ 10x + 5y = 150 \end{cases}$

- 12** О числах a, c, x и y известно, что $x > y, c = x, a > c$. Сравните числа y и a .

- 1) $y < a$ 2) $y = a$
- 3) $y > a$ 4) Сравнить невозможно

- 13** Для каждой системы неравенств укажите множество ее решений.

СИСТЕМА НЕРАВЕНСТВ МНОЖЕСТВО РЕШЕНИЙ

- А) $\begin{cases} x > -1, \\ 4 - x > 0 \end{cases}$ 1) $-1 < x < 4$
- Б) $\begin{cases} x > -1, \\ 4 - x < 0 \end{cases}$ 2) $x > 4$
- В) $\begin{cases} x < -1, \\ 4 - x > 0 \end{cases}$ 3) $x < -1$
- 4) $-4 < x < -1$

Ответ:

| А | Б | В |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |

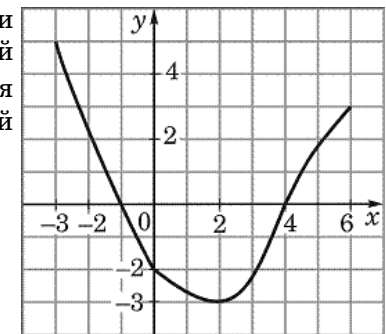
- 14** Арифметическая прогрессия задана условиями: $a_1 = 3, a_{n+1} = a_n + 3$. Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

- 1) 14 2) 18 3) 22 4) 25

- 15** Укажите уравнение прямой, которая имеет две общие точки с графиком функции $y = -x^2 - 4$.

- 1) $y = -15$ 2) $y = 0$ 3) $y = -4$ 4) $y = 15$

- 16** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, областью определения которой является промежуток $[-3; 6]$. Используя рисунок, выясните, какое из утверждений НЕВЕРНО.



- 1) Функция возрастает на промежутке $[-3; 2]$
- 2) Наименьшее значение функции равно -3
- 3) $f(4) = 0$
- 4) $f(2) < f(-2)$

- 17** Для занятий гимнастикой в начальной школе приготовлено 6 скакалок, 8 мячей, 7 гимнастических палок и 4 пары гантелей по 0,5 кг. Какова вероятность, что первый вошедший в зал ученик возьмет гимнастическую палку?

Ответ:

- 18** Согласно опубликованным результатам 2007 года, самый дорогой сэндвич – в Исландии (7,44 доллара), Норвегии (6,63) и Швейцарии (5,04). Найдите среднее арифметическое этого ряда чисел.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

- 19** Решите уравнение $(5x + 4)^3 = (3x)^6$.

- 20** Решите неравенство $\frac{11}{(6 + x)(3 - 4x)} < 0$.

- 21** Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии 7,8; 6,9;

- 22** При каких значениях m парабола $y = x^2 + (m + 1)x + m$ целиком расположена выше прямой $y = -4$?

- 23** Бассейн наполняется двумя трубами, действующими одновременно, за 2 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первая труба, если она, действуя одна, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем вторая?

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $(3x + 7)^3 = (2x)^6$.

Решение.

$(3x + 7)^3 = (2x)^6, (3x + 7)^3 = (4x^2)^3, 3x + 7 = 4x^2, 4x^2 - 3x - 7 = 0, x_1 = -1, x_2 = 1\frac{3}{4}.$

Ответ: $-1; 1\frac{3}{4}.$

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

20 Решите неравенство $\frac{-4}{(2 - x)(7 + 3x)} > 0$.

Решение.

$\frac{-4}{(2 - x)(7 + 3x)} > 0, \frac{4}{(x - 2)(7 + 3x)} > 0, (x - 2)(7 + 3x) > 0, x < -\frac{7}{3} \text{ или } x > 2.$

Ответ: $\left(-\infty; -\frac{7}{3}\right), \left(2; +\infty\right).$

| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 3 |
| Верно оценен числовой множитель, но при решении равносильного неравенства допущена одна вычислительная ошибка | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

21 Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии $-8,5; -7,7; \dots$.

Решение.

Пусть (a_n) – искомая арифметическая прогрессия:

$a_1 = -8,5, d = a_2 - a_1 = -7,7 - (-8,5) = 0,8.$

Найдем число отрицательных членов этой прогрессии.

$a_n = a_1 + d(n - 1), a_n = -8,5 + 0,8(n - 1), a_n = -9,3 + 0,8n;$

$a_n < 0 : -9,3 + 0,8n < 0, 0,8n < 9,3, n < 11\frac{5}{8}, n \leq 11.$

Значит, в этой прогрессии 11 отрицательных членов. Найдем их сумму по формуле:

$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2}n.$

$S_{11} = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11 = (a_1 + 5d) \cdot 11, S_{11} = (-8,5 + 5 \cdot 0,8) \cdot 11 = -4,5 \cdot 11 = -49,5.$

Ответ: $-49,5.$

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 3 |
| Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

22 При каких значениях n парабола $y = -x^2 + (n - 1)x + n$ целиком расположена ниже прямой $y = 1$?

Решение.
Графиком данной функции является парабола, ветви которой направлены вниз ($a = -1, a < 0$), координаты вершины которой

$$\begin{aligned}x_{\text{в}} &= -\frac{n-1}{-2} = \frac{n-1}{2}, \\y_{\text{в}} &= -\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 + (n-1) \cdot \frac{n-1}{2} + n = -\frac{(n-1)^2}{4} + \frac{(n-1)^2}{2} + n = \\&= \frac{(n-1)^2}{4} + n = \frac{n^2 - 2n + 1 + 4n}{4} = \frac{(n+1)^2}{4}.\end{aligned}$$

Парабола $y = -x^2 + (n - 1)x + n$ целиком расположена ниже прямой $y = 1$ тогда, и только тогда, когда $y_{\text{в}} < 1$. Значит,

$$\frac{(n+1)^2}{4} < 1, (n+1)^2 < 4, |n+1| < 2, -2 < n+1 < 2, -3 < n < 1.$$

Ответ: $-3 < n < 1$.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 4 |
| Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

23 Две бригады, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 12 часов. Первая бригада, работая одна, могла бы выполнить эту работу на 10 часов быстрее, чем вторая. Сколько часов потребовалось бы первой бригаде для выполнения этой работы?

Решение.
Пусть первая бригада, работая одна, может выполнить указанную работу за x ч, тогда вторая бригада, работая одна, выполнит эту работу за $(x + 10)$ ч. Значит, за 1 ч первая бригада выполняет $\frac{1}{x}$ часть работы, вторая – $\frac{1}{x + 10}$ часть работы, а вместе – $\frac{1}{12}$ часть работы.

Тогда

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} &= \frac{1}{12}, \quad \frac{12(x+10) + 12x}{12x(x+10)} = \frac{x(x+10)}{12x(x+10)}, \quad 24x + 120 = x^2 + 10x, \\x^2 - 14x - 120 &= 0, \quad x_1 = 20, \quad x_2 = -6, \quad \text{при } x \neq 0, \quad x \neq -10.\end{aligned}$$

Так как, по смыслу задачи, $x > 0$, то $x = 20$.

Ответ: 20 ч.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 4 |
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

19 Решите уравнение $(5x + 4)^3 = (3x)^6$.

Решение.

$(5x + 4)^3 = (3x)^6, \quad (5x + 4)^3 = (9x^2)^3, \quad 5x + 4 = 9x^2, \quad 9x^2 - 5x - 4 = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -\frac{4}{9}.$

Ответ: $1; -\frac{4}{9}.$

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 2 |
| Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка | 1 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

20 Решите неравенство $\frac{11}{(6 + x)(3 - 4x)} < 0$.

Решение.

$\frac{11}{(6 + x)(3 - 4x)} < 0. \quad \frac{11}{(6 + x)(4x - 3)} > 0, \quad (6 + x)(4x - 3) > 0, \quad x < -6 \text{ или } x > \frac{3}{4}.$

Ответ: $\left(-\infty; -6\right), \left(\frac{3}{4}; +\infty\right).$

| Содержание критерия | Баллы |
|---|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 3 |
| Верно оценен числовой множитель, при делении обеих частей неравенства на отрицательное число изменен знак неравенства, но при решении равносильного неравенства допущена одна вычислительная ошибка | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

21 Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии $7,8; 6,9; \dots$.

Решение.

Пусть (a_n) – искомая арифметическая прогрессия:

$a_1 = 7,8, \quad d = a_2 - a_1 = 6,9 - 7,8 = -0,9.$

Найдем число положительных членов этой прогрессии.

$a_n = a_1 + d(n - 1), \quad a_n = 7,8 - 0,9(n - 1), \quad a_n = 8,7 - 0,9n;$

$a_n > 0 : \quad 8,7 - 0,9n > 0, \quad 0,9n < 8,7, \quad n < 9\frac{2}{3}, \quad n \leq 9.$

Значит, в этой прогрессии 9 положительных членов. Найдем их сумму по формуле:

$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2}n$

.

$S_9 = \frac{2a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = (a_1 + 4d) \cdot 9, \quad S_9 = (7,8 - 4 \cdot 0,9) \cdot 9 = 4,2 \cdot 9 = 37,8.$

Ответ: 37,8.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 3 |
| Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка | 2 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

22 При каких значениях m парабола $y = x^2 + (m + 1)x + m$ целиком расположена выше прямой $y = -4$?

Решение.

Графиком данной функции является парабола, ветви которой направлены вверх ($a = 1, a > 0$), координаты вершины которой $x_B = -\frac{m + 1}{2}$,

$$y_B = \left(\frac{m + 1}{2}\right)^2 - (m + 1) \cdot \frac{m + 1}{2} + m = \frac{(m + 1)^2}{4} - \frac{(m + 1)^2}{2} + m = -\frac{(m + 1)^2}{4} + m = \frac{-m^2 - 2m - 1 + 4m}{4} = -\frac{(m - 1)^2}{4}.$$

Парабола $y = x^2 + (m + 1)x + m$ целиком расположена выше прямой $y = -4$ тогда, и только тогда, когда $y_B > -4$. Значит,

$$-\frac{(m - 1)^2}{4} > -4, \quad (m - 1)^2 < 16, \quad |m - 1| < 4, \quad -4 < m - 1 < 4, \quad -3 < m < 5.$$

Ответ: $-3 < m < 5$.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 4 |
| Ход решения верный, но допущена одна вычислительная ошибка | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

23 Бассейн наполняется двумя трубами, действующими одновременно, за 2 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первая труба, если она, действуя одна, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем вторая?

Решение.

Пусть первая труба, действуя одна, может наполнить бассейн за x ч, тогда вторая труба, действуя одна, наполнит бассейн за $(x + 3)$ ч. Значит, за 1 ч первая труба наполнит $\frac{1}{x}$ часть бассейна, вторая $-\frac{1}{x + 3}$ часть бассейна, а вместе $-\frac{1}{2}$ часть бассейна.

Тогда

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 3} = \frac{1}{2}, \quad \frac{2(x + 3) + 2x}{2x(x + 3)} = \frac{x(x + 3)}{2x(x + 3)}, \quad 4x + 6 = x^2 + 3x$$
$$x^2 - x - 6 = 0, \quad x_1 = -2, \quad x_2 = 3, \quad \text{при } x \neq 0, x \neq -3.$$

Так как, по смыслу задачи, $x > 0$, то $x = 3$.

Ответ: 3 ч.

| Содержание критерия | Баллы |
|--|-------|
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ | 4 |
| Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но допущена одна вычислительная ошибка | 3 |
| Другие случаи, не соответствующие указанным критериям | 0 |

Ответы к заданиям

| № задания | Ответ |
|-----------|--------|
| 1 | 1,3 |
| 2 | 2 |
| 3 | 3 |
| 4 | 3 |
| 5 | 259,2 |
| 6 | 0,0066 |
| 7 | 1 |
| 8 | 3 |
| 9 | 0;8 |

| № задания | Ответ |
|-----------|-------|
| 10 | 4 |
| 11 | 2 |
| 12 | 3 |
| 13 | 213 |
| 14 | 1 |
| 15 | 2 |
| 16 | 4 |
| 17 | 0,125 |
| 18 | 5187 |

Ответы к заданиям

| № задания | Ответ |
|-----------|--------|
| 1 | 2,1 |
| 2 | 3 |
| 3 | 4 |
| 4 | 1 |
| 5 | 48,6 |
| 6 | 0,0072 |
| 7 | 4 |
| 8 | 1/3 |
| 9 | −4;0 |

| № задания | Ответ |
|-----------|-------|
| 10 | 2 |
| 11 | 3 |
| 12 | 1 |
| 13 | 123 |
| 14 | 2 |
| 15 | 1 |
| 16 | 1 |
| 17 | 0,28 |
| 18 | 6,37 |